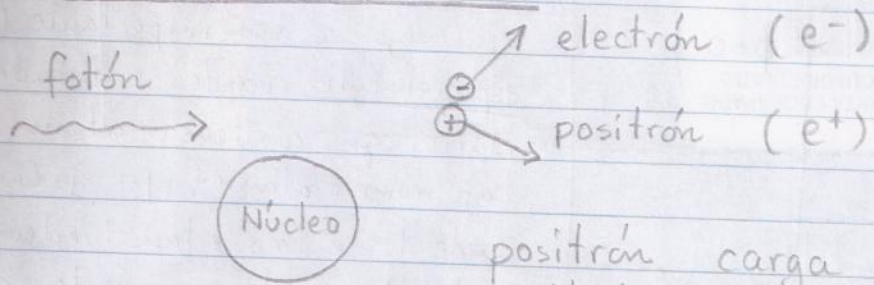
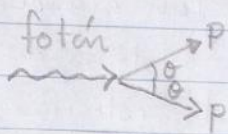


## PRODUCCIÓN DE PARES



positrón carga  $+e$  y masa  $m_0$   
positrón es la antipartícula del  $e^-$

El proceso sin núcleo no se da. Ese proceso no conserva la energía y el momento lineal simultáneamente. ¿Por qué?



$$h\nu = E_{e^-} + E_{e^+} = m_0 c^2 + m_0 c^2$$

$$h\nu = 2m_0 c^2 \quad (25) \quad m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\frac{h\nu}{c} = 2p \cos\theta \Rightarrow h\nu = 2pc \cos\theta \quad (26)$$

$$p = mv \quad (27)$$

$$(26) \text{ y } (27) \Rightarrow h\nu = 2m_0 v c \cos\theta \quad (28)$$

Como  $\frac{v}{c} < 1$  y  $\cos\theta \leq 1$

$$\Rightarrow \text{De } (28) \quad h\nu < 2m_0 c^2 \quad (29)$$

(25) y (29) no pueden darse juntas!

$\Rightarrow$  Es imposible producción de pares a menos que otra partícula (núcleo) esté presente en el proceso para llevarse parte del momento lineal inicial del fotón. Sin embargo, el núcleo al ser tan grande, su energía cinética es despreciable.

de modo que la ecuación (25) se sigue cumpliendo.

Si el fotón pasa cerca de un núcleo cuya masa en reposo  $M$  es muchísima mayor que la del  $e^-$ , entonces el proceso de producción de pares es posible. (La masa del núcleo del átomo de hidrógeno es casi 2000 veces la masa de un  $e^-$ )

Conserv. de Energía  $h\nu = E_{e^-} + E_{e^+} + \frac{1}{2}MV^2$  (30)

Conserv. de momento lineal Sup. que todo el momento lineal del fotón se transfiere prácticamente al núcleo

$$\frac{h\nu}{c} = MV \quad (31)$$

$$\frac{\frac{1}{2}MV^2}{h\nu} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{M} (MV)^2}{h\nu} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{M} \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2}{h\nu} = \frac{h\nu}{2Mc^2} \quad (32)$$

Si  $h\nu = 10 \text{ MeV}$  y núcleo más ligero  $Mc^2 \approx 10^3 \text{ MeV}$

$$\Rightarrow \frac{h\nu}{2Mc^2} \approx \frac{10}{2 \times 10^3} = \frac{1}{200} \Rightarrow \frac{1}{2}MV^2/h\nu = 0.005 \quad (33)$$

$$(30) \Rightarrow h\nu = E_{e^-} + E_{e^+} \quad (34)$$

$$h\nu = (m_0c^2 + K_{e^-}) + (m_0c^2 + K_{e^+}) \quad (35)$$

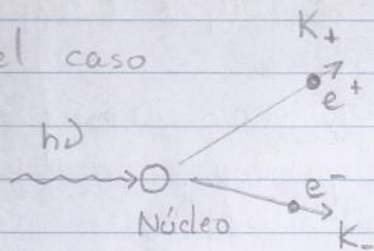
Mínima  $\hookrightarrow$  para producir  $e^-$  y  $e^+$

$$h\nu_{\min} = 2m_0c^2 \quad \text{con } K_{e^-} = K_{e^+} = 0$$

$$h\nu_{\min} = 2 \times 0.511 \text{ MeV} = 1.022 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{c}{\nu_{\min}} = 0.012 \text{ \AA} = 0.012 \times 10^{-10} \text{ m} = 1.2 \times 10^{-12} \text{ m}$$

En el caso



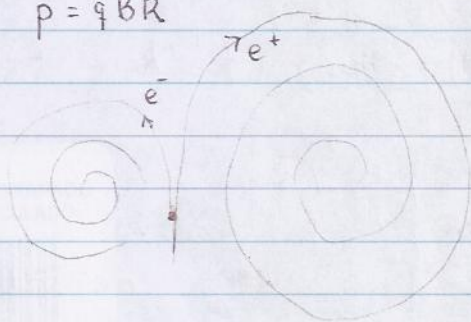
$K_{e^+} > K_{e^-}$  ya que el núcleo atrae al  $e^-$  y repele al  $e^+$ .

Comentarios: A) La presencia del núcleo masivo el cual "absorbe" momento lineal sin afectar apreciablemente el balance energético es necesaria para que se conserve  $\vec{P}$  y  $E$  simultáneamente.

B) A bajas energías prevalece el efecto fotoeléctrico  
A medianas energías, el efecto Compton  
A altas energías, la producción de pares

C) Los pares  $e^+e^-$  se producen naturalmente por fotones contenidos en los rayos cósmicos y en laboratorio por fotones bremsstrahlung originados en aceleradores de partículas.

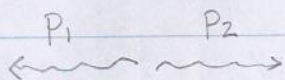
$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow p = qBR$$



$R$  mayor  $\Rightarrow p$  mayor  $\Rightarrow P$  mayor  
corresponde a  $e^+$  ya que es repelido por el núcleo y tiene una mayor velocidad.

## Aniquilación de pares

$(e^+e^-)$  en reposo se aniquilan produciendo radiación



$$P_1 = P_2 \quad (\text{Conservación de } \vec{P}) \quad (36)$$

$$\frac{h\nu_1}{c} = \frac{h\nu_2}{c} \Rightarrow \nu_1 = \nu_2 = \nu \quad (37)$$

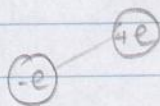
$$\text{Cons. Energía} \quad 2m_0c^2 = 2h\nu \Rightarrow h\nu = m_0c^2 = 0.51 \text{ MeV} \quad (38)$$

$$\Rightarrow \lambda_{\text{max}} = 0.024 \text{ \AA} = 2.4 \times 10^{-12} \text{ m} \\ = 2.4 \text{ pm} \quad (39)$$

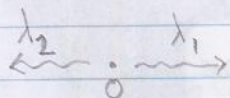
$$\lambda_{\text{max}} = \frac{hc}{m_0c^2} = \frac{h}{m_0c}$$

Si inicialmente  $e^+$  y  $e^-$  tienen energías cinéticas,  $\nu$  será mayor que (38),  $h\nu > 0.51 \text{ MeV}$  y  $\lambda$  será menor que (39)

Un  $e^+$  se produce en el proceso de "producción de pares". Una vez que se produce, viaja por la materia perdiendo su energía en sucesivas colisiones hasta que se combina con un  $e^-$  y forma con éste un sistema enlazado llamado positronio que rota alrededor de su CM hasta que decae en fotones ( $\tau \sim 10^{-10} \text{ s}$ )

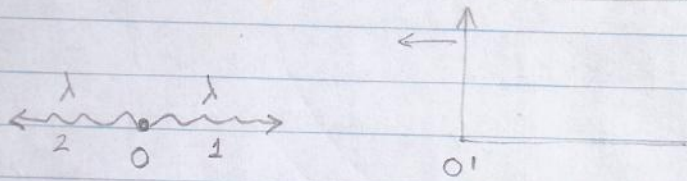


Proceso de aniquilación visto por observador O en reposo



$$\lambda = h/m_0c \quad (40)$$

Proceso de aniquilación de pares visto por  $O'$  moviéndose con velocidad  $v$  hacia la izquierda



Conservación de energía (con respecto a  $O'$ )

$$2mc^2 = p_1'c + p_2'c \quad (41)$$

Conservación de momento lineal (respecto a  $O'$ )

$$2mv = p_1' - p_2' \quad (42)$$

$$c \times (42) \Rightarrow 2mvc = p_1'c - p_2'c \quad (43)$$

$$(41) + (43) \Rightarrow 2mc^2 + 2mvc = 2p_1'c$$

$$\Rightarrow p_1' = m(c+v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} (c+v) \quad (44)$$

Pero  $E_1' = p_1'c = h\nu_1' = h \frac{c}{\lambda_1'} \Rightarrow p_1' = \frac{h}{\lambda_1'} \quad (45)$

$$(44) \text{ y } (45) \Rightarrow \frac{h}{\lambda_1'} = m_0 \sqrt{\frac{c^2(1+\frac{v}{c})^2}{(1-v/c)(1+v/c)}} = m_0 c \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$$

$$\Rightarrow \lambda_1' = \frac{h}{m_0 c} \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = \lambda \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad (46)$$

$$\lambda_2' = \frac{h}{m_0 c} \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \lambda \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad (47)$$

Demostración de efecto Doppler longitudinal

$$\lambda_1' = \lambda \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad (48) \quad (\text{acercándose al fotón 1})$$

$$\lambda_2' = \lambda \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \quad (49) \quad (\text{alejándose del fotón 2})$$